série n°8

EXERCICE N°1

Déterminer les primitives de chacune des fonctions suivantes :

1) $f : x \to (2x+1)(x^2+x+1)^3$; $I = \mathbb{R}$.

2) $g : x \to \dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$; $I = \square$.

3) $h : x \to \sin x + x\cos x$; $I = \mathbb{R}$.

4) $k : x \to \dfrac{x\cos x - \sin x}{x^2}$; $I =]0\,,\,+\infty[$.

5) $L : x \to \dfrac{x+1}{(x^2+2x)^3}$; $I =]-2\,,\,0[$.

EXERCICE N°2

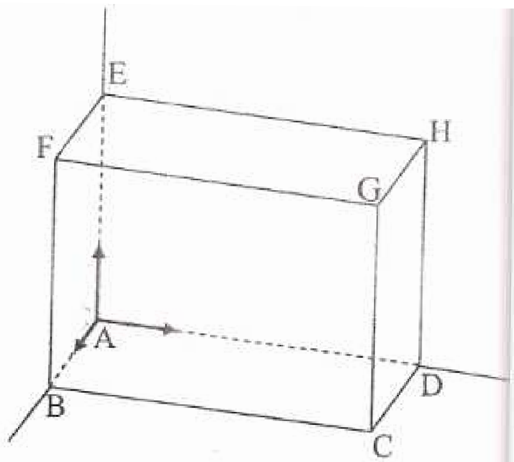
1/ Soit la fonction $f(x) = \dfrac{x^3+x^2-x}{(x+1)^2}$

a) Déterminer les réel a, b et c tel que $\forall x \in \mathbb{R}-\{-1\}$ on a : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{(x+1)^2}$

b) Déterminer la primitive F de f vérifiant F(0) = - 2 sur $]-1;+\infty[$

EXERCICE 3 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et ABCDEFGH est un parallélépipède tel que $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$; $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$ et $\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}$.



1) a) Vérifier que $\overrightarrow{AG} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

b) Déterminer les composantes de chacun des vecteurs $\overrightarrow{EB}$; $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EB} \wedge \overrightarrow{EG}$.

c) Déterminer une équation cartésienne du plan (EBG).

2) Soit α un réel différent de 1 et M le point de coordonnées $(2\alpha, 4\alpha, 3\alpha)$.

a) Vérifier que M décrit la droite (AG) privée du point G.

b) Montrer que M n'appartient pas au plan (EBG).

3) Soit v le volume du tétraèdre MEBG.

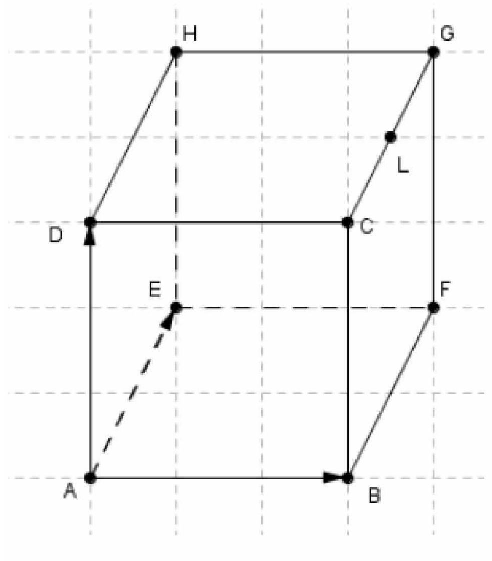
a) Exprimer v en fonction de α.

b) Calculer le volume du tétraèdre AEBG.

c) Pour quelles valeurs de α , v est-il égal au volume du parallélépipède ABCDEFGH ?

Exercice N°4

Le repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$ formé sur le cube ABCDEFGH est orthonormé direct. On désigne par L le milieu du segment [CG]



Choisir la réponse exacte :

1/ Le vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ est égale à :

a) $\overrightarrow{AE}$ b) $\overrightarrow{EA}$ c) $\overrightarrow{BC}$

2/ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est égale à :

a) 2 b) 1 c) -1

3/ L'aire du triangle ABL est égale à :

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

4/ Le volume du tétraèdre ABEL est égale à :

a) 1 b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{3}$

Exercice N°5

Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte.
On demande de choisir cette réponse.

1/ Si la fonction F définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x)=x^3+6x^2+\frac{1}{2x^2}+3$ est une primitive de f sur $]0;+\infty[$, alors :

a) $f(x)=3x^2+12x-\frac{1}{x^3}$ b) $f(x)=3x^2+12x+\frac{1}{4x}$ c) $f(x)=\frac{1}{4}x^4+2x^3+3x-\frac{1}{2x}$

2/ Si $f(x)=\frac{3\sqrt{x}}{2}$, alors une primitive F de f sur $]0;+\infty[$ est définie par :

a) $F(x)=\frac{3x\sqrt{x}}{2}$ b) $F(x)=x\sqrt{x}+5$ c) $F(x)=x\sqrt{x}+\frac{3}{2}x$

3/ La fonction $x\mapsto\frac{x}{\sin x}$ est une primitive sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ de la fonction :

a) $x\mapsto\frac{x^2}{\cos x}$ b) $x\mapsto\frac{\sin x-x\cos x}{\sin^2(x)}$ c) $x\mapsto\frac{-2x^2}{\cos x}$

4/ La primitive sur $[0,+\infty[$ de la fonction : $x\mapsto\frac{1}{(2x+1)^2}$ qui s'annule en 0 est :

a) $x\mapsto\frac{-1}{2(2x+1)}$ b) $x\mapsto\frac{-1}{4x+2}+\frac{1}{2}$ $x\mapsto\frac{-1}{2(2x+1)^3}+\frac{1}{2}$